

Computerondersteund modelleren

Vwo

Model, modelleren

Definitie

In de natuurwetenschappen werk je veel met *modellen*. Een model beschrijft een proces, bijvoorbeeld een valbeweging, of een heel systeem, bijvoorbeeld het zonnestelsel.

Elk model is een vereenvoudigde voorstelling van de werkelijkheid. Natuurlijk niet te sterk vereenvoudigd, want het model moet wel een betrouwbaar beeld van de werkelijkheid geven. Als je bijvoorbeeld aan de val van een gestroomlijnd voorwerp rekt en je verwaarloost de luchtwrijving, dan werk je met een vereenvoudiging, dus met een model.

Numeriek model

Een *numeriek* model benadert de werkelijkheid lineair. En niet-lineaire processen dan, zoals het verval van radioactieve isotopen? Die worden door een numeriek model opgeknipt in heel kleine tijdstapjes (tijdsduurtjes), zo klein dat het proces in elk van die kleine tijdstapjes bij benadering wél lineair is. Hoe kleiner de tijdstapjes, hoe nauwkeuriger de numerieke benadering. Maar ook hoe omvangrijker het rekenwerk. Voor dat rekenwerk biedt de computer uitkomst.

Modelstructuur, modelregels en startwaarden

Alle modellen hebben een structuur die draait om oorzaak en gevolg. Een voorbeeld: oorzaak is warmtetoevoer, gevolg is temperatuurstijging. Dus: een oorzaak heeft een gevolg, en niet andersom. Vaak is een model een hele keten van oorzaken en gevolgen, die dan allemaal in precies de juiste volgorde moeten staan.

Een computermodel bestaat uit *modelregels* (modelvergelijkingen) en *startwaarden*.

De modelregels maak je zelf. Ze beschrijven de lineaire benadering van het natuurkundige proces in computertaal. In de modelregels herken je de oorzaak-gevolg-structuur. De computer doorloopt de modelregels steeds weer, elke keer van begin tot eind en dan weer opnieuw. Voor elke volgende ronde wordt de tijd (t) met één tijdstapje (dt) verhoogd. Daardoor hebben in elke volgende ronde de grootheden een iets andere waarde.

De computer begint te rekenen met de *startwaarden*. Die bepaal je ook zelf.

Voordelen van numeriek modelleren

Met een numeriek model kun je een proces beschrijven zonder de specifieke formules (de *analytische* formules) voor dat proces te kennen. Je doet immers net alsof het lineair is. Dat is handig bij onbekende processen en bij ingewikkelde processen.

Het afkoelen van een kopje hete koffie tot de kamertemperatuur is bijvoorbeeld ingewikkeld, doordat het proces zichzelf beïnvloedt. Hoe koeler de koffie wordt, hoe langzamer de rest van het afkoelen gaat. De analytische beschrijving van een afkoelingsproces is daardoor wiskundig ingewikkeld. De numerieke benadering is een stuk eenvoudiger.

Een tweede voordeel is dat je numerieke modellen makkelijk kunt aanpassen aan veranderde omstandigheden.

z.o.z.

Numeriek modelleren op de computer

Met bepaalde software kun je op de computer *numeriek modelleren*. Met zo'n programma kun je voor een zelfgekozen proces een compleet model maken, met modelvergelijkingen en startwaarden. Vervolgens kun je de computer de ontwikkeling van het proces laten doorrekenen en daarna de resultaten laten afbeelden, bijvoorbeeld in een diagram. Vaak kun je de meetresultaten ook nog bewerken. Je kunt ze bijvoorbeeld kwadrateren, of je kunt een functie-fit toepassen.

Coach is een van die programma's. *Coach* heeft onder andere de opties *Monitor* en *Simuleren*.

Met *Monitor* kun je het rekenproces in slow motion volgen, als je wilt zelfs stap voor stap. De rekensnelheid kun je instellen. Met *Simuleren* kun je een startwaarde tijdelijk veranderen. De computer rekt het model dan met de andere waarde door en laat het nieuwe diagram zien, in een andere kleur.

Uitgebreid met sensoren kun je *Coach* ook gebruiken als meetinstrument, voor allerlei grootheden. Heb je met *Coach* eerst meetwaarden (data) verzameld, dan kun je die vergelijken met de berekende modelwaarden. Je kunt bijvoorbeeld een gemeten grafiek vergelijken met de modelberekening. Zo ga je na of je model de werkelijkheid correct beschrijft. Zo nodig pas je na die vergelijking je model aan.

Model aanpassen

Elk computermodel beschrijft slechts één proces, bijvoorbeeld het verwarmen van een kamer.

Door de startwaarden aan te passen beschrijf je *hetzelfde* proces onder gewijzigde omstandigheden, bijvoorbeeld met een andere gewenste eindtemperatuur van de kamer.

Door de modelregels aan te passen kun je een *ander*, vergelijkbaar proces beschrijven, bijvoorbeeld het afkoelen van een kamer. Zorg er dan voor dat de modelregels in een logische volgorde blijven staan: zet de hele keten van oorzaak en gevolg in de juiste volgorde.

Voorbeelden

Hieronder staan van zeven modellen de modelregels. Let op overeenkomsten en verschillen. Let bij het model voor de val op de *als...dan...eindals*-voorwaarde, die de berekeningen laat stoppen zodra de waarde van y groter wordt dan 3. Kennelijk is dan de grond bereikt, het voorwerp viel van 3 m hoogte.

Eenparige beweging	Versnelde beweging	Val (vanaf 3 m hoogte)	Harmonische trilling
$F_r = 0$ $a = F_r / m$ $dv = a \cdot dt$ $v = v + dv$ $dx = v \cdot dt$ $x = x + dx$ $t = t + dt$	$F_{vw} = \dots\dots\dots$ $F_w = \dots\dots\dots$ $F_r = F_{vw} - F_w$ $a = F_r / m$ $dv = a \cdot dt$ $v = v + dv$ $dx = v \cdot dt$ $x = x + dx$ $t = t + dt$	$F_z = m \cdot g$ $F_w = k \cdot A \cdot v^2$ $F_r = F_z - F_w$ $a = F_r / m$ $dv = a \cdot dt$ $v = v + dv$ $dy = v \cdot dt$ $y = y + dy$ als $y > 3$ dan stop eindals $t = t + dt$	$F_r = -C \cdot u$ $a = F_r / m$ $dv = a \cdot dt$ $v = v + dv$ $du = v \cdot dt$ $u = u + du$ $t = t + dt$

Verwarmen	Afkoelen	Radioactief verval
$Q_{in} = P \cdot dt$ $Q_{uit} = k \cdot (T_b - T_o) \cdot dt$ $Q = Q_{in} - Q_{uit}$ $dT_b = Q / C$ $T_b = T_b + dT_b$ $t = t + dt$	$Q_{uit} = k \cdot (T_b - T_o) \cdot dt$ $dT_b = Q_{uit} / C$ $T_b = T_b - dT_b$ $t = t + dt$	$dN = -\lambda \cdot N \cdot dt$ $N = N + dN$ $t = t + dt$